

XVII CONCURSO NACIONAL DE MATEMÁTICAS A.N. KOLMOGÓROV

Escuela de Actuaría
Universidad Anáhuac México Norte

7 de febrero de 2014

1. Álgebra

P.1 Si para factorizar el trinomio $2y^3 - 5y^2 + 2y - 5$ utiliza números enteros, entonces uno de los factores es

- A) $2y - 5$
- B) $5y - 1$
- C) $y - 1$
- D) $2y + 5$

P.2 Suponga que $x \neq 0$, si desarrolla $\left(x^2 - \frac{1}{2x}\right)^3$ y luego simplifica, entonces el coeficiente del término independiente es

- A) $-\frac{3}{2}$
- B) $-\frac{3}{4}$
- C) $\frac{3}{4}$
- D) $\frac{3}{2}$

P.3 Si $x > 0$ y $x \neq 1$, entonces $\log_x \left(\frac{x}{\sqrt[3]{x^2}}\right)$ es igual a

- A) $\frac{1}{3}$
- B) $-\frac{1}{3}$
- C) $\frac{3}{2}$
- D) $\frac{2}{3}$

P.4 La ecuación $\frac{4}{5}x + \frac{2}{15}y = 4$, es la ecuación de una recta. Al despejar la variable x se obtiene

- A) $x = 5 - \frac{2}{15}y$
- B) $x = 5 - \frac{2}{3}y$
- C) $x = 20 - \frac{10}{15}y$
- D) $x = 5 - \frac{1}{6}y$

- P.5 Si la ecuación cuadrática, $3x^2 - 6x + c = 0$, tiene dos raíces iguales, entonces el valor de c debe ser
- A) $\frac{2}{3}$
 - B) $-\frac{3}{2}$
 - C) -3
 - D) 3
- P.6 Si resuelve la ecuación cuadrática, $6x^2 = 3 + 7x$, y suma sus raíces (soluciones) la suma será igual a
- A) $-\frac{6}{7}$
 - B) $-\frac{7}{6}$
 - C) $\frac{7}{6}$
 - D) $\frac{1}{2}$
- P.7 Si resuelve el sistema de ecuaciones $\left\{ \begin{array}{l} x + 7y = 19 \\ 2x - y = -7 \end{array} \right\}$ y multiplica los valores de x y y que encontró, se obtiene
- A) -3
 - B) -6
 - C) 3
 - D) 6
- P.8 La ecuación $2^{x+1} = 4^{x^2}$ tiene dos soluciones, si las suma se obtiene
- A) $-\frac{3}{2}$
 - B) $\frac{3}{2}$
 - C) $-\frac{1}{2}$
 - D) $\frac{1}{2}$
- P.9 La expresión algebraica $\left(1 - \frac{a}{b}\right)^{-1}$ es igual a (suponga que en el proceso nunca se divide entre cero)
- A) $\frac{1}{b-a}$
 - B) $\frac{b}{b-a}$
 - C) $\frac{a}{a-b}$
 - D) $\frac{b-a}{a}$

P.10 En un problema de optimización de recursos aparece la oración "... se deben producir 4 sillas por cada mesa...". Si s representa el número de sillas y m el número de mesas producidas, entonces una ecuación que puede plantearse para modelar la oración anterior es

- A) $4m + s = 0$
- B) $m - 4s = 0$
- C) $4s + m = 0$
- D) $s - 4m = 0$

P.11 Si $a = 3, b = 4, c = \frac{2}{3}, d = -\frac{1}{2}, m = 5$ y $n = \frac{1}{3}$, entonces el valor numérico de la expresión algebraica $\frac{a+b}{m-c} - \frac{d}{n}$ es

- A) $\frac{3}{26}$
- B) $\frac{-45}{26}$
- C) $\frac{93}{34}$
- D) $\frac{81}{26}$

P.12 Después de realizar las operaciones

$$\frac{6x^2 - 7x - 3}{4x^2 - 12x + 9} \div \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x - 3}$$

y reducir a su forma más simple se obtiene

- A) $\frac{1}{x-2}$
- B) $\frac{2x^2 - 7x + 6}{3 + 2x}$
- C) $\frac{-2x^2 + 7x - 6}{3 + 2x}$
- D) $\frac{2x^2 + 7x + 6}{3 + 2x}$

P.13 Al reducir la expresión $1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}$ se obtiene (suponga que en el proceso nunca se divide entre cero)

- A) $\frac{1}{2x}$
- B) $-\frac{1}{x}$
- C) $\frac{2x+1}{x}$
- D) $\frac{x}{2x-1}$

P.14 Cuando resuelve la ecuación de primer grado $3x - \frac{x}{10} = \frac{2x}{5} - \frac{7}{4}$ se obtiene

- A) $x = -\frac{10}{7}$
- B) $x = -\frac{7}{10}$
- C) $x = \frac{10}{7}$
- D) $x = \frac{7}{10}$

P.15 Alma Catalina, trabajando en la biblioteca, puede clasificar 50 libros en 2 horas. Por otra parte, Sandy puede clasificar 30 libros en hora y media. Si trabajan juntas, ¿cuántos libros clasificarán en una hora?

- A) 30 libros
- B) 35 libros
- C) 40 libros
- D) 45 libros

P.16 La señorita Adriana Rojas recibió una herencia de \$1,000,000. Después de analizar diversas opciones, decide invertir parte de este monto en una cuenta de ahorros que paga 5 % anual y el resto en una inversión un poco más riesgosa que paga 8 % anual. Si por concepto de intereses ella obtendría \$71,000 al año, ¿cuánto debe invertir la señorita Adriana en la cuenta que paga 8 % anual?

- A) \$400,000
- B) \$500,000
- C) \$600,000
- D) \$700,000

2. Geometría

P.17 Si un triángulo equilátero cubre una superficie de 1 m^2 , ¿cuál es la longitud de cada uno de sus lados?

- A) $\frac{2}{3} \text{ m}$,
- B) $\frac{4}{3} \text{ m}$,
- C) $\sqrt{\frac{10}{7}} \text{ m}$,
- D) $\sqrt{\frac{4}{\sqrt{3}}} \text{ m}$.

P.18 Calcule el área cubierta por el triángulo que forman los ejes coordenados y la recta cuya ecuación es $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$.

- A) 3 unidades cuadradas,
- B) 6 unidades cuadradas,
- C) 9 unidades cuadradas,
- D) 12 unidades cuadradas.

P.19 Considere el conjunto definido como $\mathcal{A} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | xy = 2\}$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) El conjunto \mathcal{A} es una parábola.
- B) El conjunto \mathcal{A} es una circunferencia.
- C) El conjunto \mathcal{A} es una hipérbola.
- D) El conjunto \mathcal{A} no define una sección cónica.

P.20 Considere a los conjuntos definidos como

$$\mathcal{L}_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = 3x - 1\} \text{ y } \mathcal{L}_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x = 1 - 3y\}.$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 definen la misma recta.
- B) \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 se intersecan en el punto $(0, -1)$.
- C) \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 definen dos rectas paralelas.
- D) \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 definen dos rectas perpendiculares.

P.21 De las tres cantidades que se definen a continuación, ¿cuál es la menor de las tres?

- A) La distancia entre los puntos $(3, 2)$ y $(5, 4)$.
- B) La hipotenusa del triángulo formado por los ejes coordenados y la recta cuya ecuación es $y + x = 2$.
- C) El radio de la circunferencia cuya ecuación es $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 6$.
- D) Las tres cantidades anteriores son iguales.

P.22 Uno de los vértices de la elipse con ecuación $\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-4)^2}{36} = 1$ es

- A) $(-1, 4)$
- B) $(-2, 2)$
- C) $(-5, 4)$
- D) $(-4, -5)$

3. Trigonometría

P.23 Si sabe que el ángulo β es tal que $\cos \beta < 0$ y $\tan \beta = 0.75$, entonces $\sec \beta$ es igual a

- A) $-\frac{3}{5}$
- B) $-\frac{5}{3}$
- C) $-\frac{5}{4}$
- D) $\frac{5}{4}$

P.24 El valor exacto de la expresión: $\operatorname{sen} 30^\circ \cot 30^\circ - \operatorname{sen} 60^\circ$, es

- A) 0.
- B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- C) 1.
- D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

P.25 El periodo de la función $f(x) = 10 \operatorname{sen}(4x + 6)$ es igual a

- A) 10
- B) 2π
- C) $\frac{\pi}{2}$
- D) π

P.26 En un círculo con radio de 6 *cm*, ¿cuál es la medida (en grados) de un arco cuya longitud es igual a π *cm*?

- A) 60°
- B) 120°
- C) 180°
- D) 360°

P.27 Considere el triángulo ABC , el lado AC mide 5 *cm*, el lado AB mide 6 *cm*, y $\cos A = \frac{5}{12}$, entonces el lado BC mide

- A) 4.5 *cm*.
- B) 5 *cm*.
- C) 6 *cm*.
- D) 7.5 *cm*.

P.28 La expresión $\operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ es igual a

- A) $-\cos \alpha$
- B) $\operatorname{sen} \alpha$
- C) $-\operatorname{sen} \alpha$
- D) $\cos \alpha$

4. Cálculo Diferencial

P.29 La función $f(x) = -2x^4 + 3x^2$ alcanza su valor máximo absoluto en el intervalo $[-2, 2]$. ¿En cuántos valores de x en ese intervalo $[-2, 2]$ se alcanza ese valor máximo?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3

P.30 Si calcula $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{2 - x}$ se tiene que

- A) el límite es 32.
- B) el límite es 16.
- C) el límite es -32 .
- D) el límite no existe.

P.31 Si calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x|}$ se tiene que

- A) el límite es $+1$
- B) el límite es -1
- C) el límite es 0
- D) el límite no existe

P.32 Si calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(6x)}{7x}$ se tiene que

- A) el límite es $\frac{6}{7}$
- B) el límite es $\frac{7}{6}$
- C) el límite es 0.
- D) el límite no existe.

P.33 Si la función $f(x) = \begin{cases} 8x & \text{si } x < 2 \\ x^2 - 3a & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$, es continua para toda x , entonces el valor de a es

- A) -2
- B) 4
- C) -4
- D) 2

P.34 Si la función $f'(x) > 0$ y $f''(x) > 0$ para x en el intervalo (a, b) , entonces en este intervalo la gráfica de $f(x)$

- A) Es creciente y cóncava hacia arriba
- B) Es creciente y cóncava hacia abajo
- C) Es decreciente y cóncava hacia arriba
- D) Es decreciente y cóncava hacia abajo

5. Probabilidad

Texto para los problemas 35, 36 y 37

En el restaurante *Doña Carmen* una comida completa consta de una sopa, un guisado y un postre. Para el día de hoy se prepararon sopa de fideo y sopa de tortilla. Para los guisados se tendrán cinco guisados diferentes (dos con carne de res, uno con pollo y uno con pescado). Los postres son tres (arroz con leche, nieve de limón y helado de fresa).

P.35 ¿Cuántas comidas completas diferentes ofrece el restaurante?

- A) 10
- B) 15
- C) 30
- D) 120

P.36 ¿Cuántas comidas completas se ofrecen que tengan guisado con carne de res?

- A) 8
- B) 10
- C) 12
- D) 24

P.37 Si una persona no puede comer pescado y no le gusta el arroz con leche, ¿cuántas opciones tiene para su comida completa?

- A) 8
- B) 10
- C) 12
- D) 24

P.38 Se lanzan simultáneamente una moneda y un dado justos (legales, equilibrados, no cargados y balanceados, son otros términos que se utilizan en lugar de justos), ¿cuál es la probabilidad de que salga *Sol* en la moneda, y un número impar en el dado?

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{1}{3}$
- C) $\frac{1}{4}$
- D) $\frac{2}{3}$

(**Texto para las preguntas 39 y 40**). En un grupo de 50 alumnos de primer semestre de la Escuela de Actuaría, se les preguntó sobre los lenguajes de programación que han utilizado. Se obtuvo la información siguiente.

1. Veinte de ellos sólo han programado en Visual Basic.
2. Quince sólo han programado en el lenguaje C .
3. Cinco no han utilizado lenguaje de programación alguno.
4. Los únicos lenguajes de programación que declararon en la encuesta fueron Visual Basic y C .

P.39 Si se elige al azar a uno de los alumnos, determine la probabilidad de que el alumno haya utilizado ambos lenguajes de programación.

- A) $\frac{5}{50}$
- B) $\frac{10}{50}$
- C) $\frac{20}{50}$
- D) $\frac{30}{50}$

P.40 Si se elige al azar a uno de los alumnos, determine la probabilidad de que el alumno no haya utilizado el lenguaje de programación Visual Basic.

- A) $\frac{5}{50}$
- B) $\frac{10}{50}$
- C) $\frac{20}{50}$
- D) $\frac{30}{50}$