

**EXAMEN DE PRÁCTICA  
CONCURSO "A. N. KOLMOGOROV"**

1. ¿Cuál de los siguientes trinomios es un trinomio cuadrado perfecto?

- A)  $z^4 + 8z^3 + 16$       B)  $z^4 - 6z^3 + 9z^2$       C)  $z^4 + z^3 + z^2$   
D)  $z^4 - 2z^3 + 4$       E)  $z^4 + 4z^3 + z^2$

2. Si factoriza  $16x^2 + 6x - 1$ , uno de los factores es:

- A)  $8x + 1$       B)  $2x - 1$       C)  $4x + 1$       D)  $16x + 1$       E)  $8x - 1$

3. Si  $\log_b\left(\frac{1}{27}\right) = -\frac{3}{2}$ , entonces  $b$  es igual a:

- A)  $\frac{1}{9}$       B) 27      C) 9      D) 81      E) 243

4. Si  $\log_3 2 = A$  y  $\log_3 5 = B$ , entonces  $\log_3 \sqrt[3]{\frac{1}{100}}$  es igual a:

- A)  $\frac{-2}{3(A+B)}$       B)  $\frac{-2(A+B)}{3}$       C)  $\frac{-1}{6(A+B)}$       D)  $\frac{6(A+B)}{2}$       E)  $\frac{-1}{3(A+B)}$

5. Dadas las fracciones  $a = \frac{2}{7}$ ,  $b = \frac{4}{13}$  y  $c = \frac{5}{16}$ . El orden correcto de menor a mayor es:

- A)  $a, b, c$       B)  $a, c, b$       C)  $c, b, a$       D)  $c, a, b$       E)  $b, c, a$

6. Si pagué \$96.<sup>00</sup> por una camisa, en la que obtuve un descuento del 20%, ¿cuál era el precio original de la camisa?

- A) \$98.<sup>00</sup>      B) \$116.<sup>00</sup>      C) \$115.<sup>20</sup>      D) \$120.<sup>00</sup>      E) \$117.<sup>20</sup>

7. El 20% de  $\frac{3}{7}$  es:

- A)  $\frac{60}{7}$       B)  $\frac{60}{140}$       C)  $\frac{30}{75}$       D)  $\frac{35}{60}$       E)  $\frac{3}{35}$

8. Para que la proposición  $\frac{2^{-3}}{2^x} = 2^4$  sea verdadera, el valor de  $x$  debe ser:

- A) 1      B) -1      C) 12      D) -7      E) 7

9. El conjunto de puntos  $(x,y)$  que cumple con la ecuación

$\frac{3x}{x-4y} = 2$ , está contenido en:

- A) Una recta      B) Una circunferencia      C) Una parábola      D) Una hipérbola      E) Ninguna de las anteriores

10. Juan puede procesar 200 formas en 3 horas y Dulce puede procesar las mismas 200 formas en  $2\frac{1}{3}$  horas. ¿Si trabajan juntos, cuánto tiempo se tardarán en procesar las 200 formas?

- A)  $1\frac{11}{16}$       B)  $2\frac{1}{16}$       C)  $1\frac{5}{16}$       D)  $2\frac{3}{16}$       E)  $1\frac{1}{16}$

11. Encuentre el valor de  $x$  que hace verdadera la ecuación

$$(27)^{2x+1} = 3$$

- A)  $-5/3$       B)  $-4/3$       C)  $-3/3$       D)  $-2/3$       E)  $-1/3$

12. La circunferencia  $x^2 + y^2 + 3y + 0.25 = 0$  tiene

- A) centro en  $(0, 1.5)$  y radio  $r = 0.5$       B) centro en  $(0, -3)$  y radio  $r = 2$       C) centro en  $(3, 0)$  y radio  $r = 0.5$       D) centro en  $(0, -1.5)$  y radio  $r = \sqrt{2}$       E) centro en  $(0, -1.5)$  y radio  $r = 1.5$

13. ¿Cuál de los incisos siguientes se aplica a la cónica

$$x^2 - 4y^2 + 6x + 16y - 11 = 0?$$

- A) Es una elipse con el eje mayor horizontal.  
 B) Es una elipse con el eje mayor vertical.  
 C) Es una hipérbola con el eje mayor horizontal.  
 D) Es una hipérbola con el eje mayor vertical.  
 E) Es una hipérbola con el eje mayor inclinado.

14. ¿Cuántas raíces reales positivas tiene la ecuación:  $x^4 + 2x^2 = -1$ ?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

15. Si a un bote cilíndrico se le reduce en 50% su radio y se duplica su altura, entonces su volumen :

- A) aumenta 50%      B) aumenta 100%      C) disminuye 100%      D) disminuye 50%      E) no cambia

16. Si trabaja solo, David puede lavar su auto en 45 minutos. Si le ayuda Eloísa, pueden terminar en 30 minutos. ¿Cuánto tardará Eloísa en lavar el coche ella sola?

- A) 50 minutos      B) 60 minutos      C) 1 hora 20 minutos      D) 1 hora 30 minutos      E) 1 hora 40 minutos

17. Sin tener en cuenta la resistencia del aire, la distancia que un objeto cae partiendo del reposo es directamente proporcional al cuadrado del tiempo de caída. Si un objeto cae 64 pies en los primeros 2 segundos, ¿cuántos pies caerá en los primeros 6 segundos?

- A) 576      B) 512      C) 384      D) 192      E) 128

18. Si  $c = \frac{a+2b}{ab}$ , entonces  $b =$

- A)  $\frac{a}{ac-2}$       B)  $\frac{1}{c} - \frac{a}{2}$       C)  $a(c-a)$       D)  $c-1$       E)  $\frac{1}{c-2}$

19. El término independiente en el desarrollo de  $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^3$  es:

- A) -3      B) -1      C) 0      D) 1      E) 3

20. En la expresión  $\frac{x+1}{x-1}$  cada  $x$  se reemplaza por  $\frac{x+1}{x-1}$ . La expresión resultante, evaluada en  $x = 1/2$  es igual a:

- A) 0      B)  $+1/2$       C)  $-1/2$       D)  $+1$       E)  $-1$

21. ¿Cuántas soluciones reales y diferentes tiene la ecuación:

$$\sqrt{x^2 + 6} = x^2$$

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

22. ¿Cuál de las ecuaciones siguientes representa una recta diferente a las demás?

A)  $y = \frac{-1}{3}x + 12$

B)  $x + 3y - 36 = 0$

C)  $\frac{5}{18}x + \frac{5}{6}y - 10 = 0$

D)  $\frac{x}{36} + \frac{y}{12} = 1$

E) Las cuatro representan a la misma recta.

23. Uno de los extremos de un segmento de recta es el punto (7, 8). Si el punto medio del segmento tiene coordenadas (4, 3), ¿cuánto suman las coordenadas del otro extremo del segmento?

- A) -1      B) 0      C) 1      D) 22      E) -22

24. Si  $k_1$  y  $k_2$  son dos constantes positivas y las ecuaciones

$$k_1X - 7Y + 18 = 0$$

$$8X - k_2Y + 9k_1 = 0$$

representan a la misma recta, ¿cuál es el resultado de  $k_2 - k_1$ ?

- A) 2      B) 4      C) 6      D) 8      E) 10

25. Sea  $f(x) = \begin{cases} e^x - \frac{1}{x}, & \text{si } x \neq 0 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A)  $f(x)$  no tiene raíces reales.  
 B)  $f(x)$  tiene exactamente una raíz real.  
 C)  $f(x)$  tiene exactamente dos raíces reales.  
 D)  $f(x)$  tiene exactamente tres raíces reales.  
 E)  $f(x)$  tiene exactamente cuatro raíces reales.

26. Si  $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ , entonces la derivada de  $y$  con respecto a  $x$  es:

- A)  $\frac{x}{(1+x^2)^2}$                       B)  $\frac{-2x}{(1+x^2)^2}$                       C)  $\frac{2x}{(1+x^2)^2}$   
D)  $\frac{-x}{(1+x^2)^2}$                       E)  $\frac{x^2}{(1+x^2)^2}$

27. ¿Cuál de los siguientes puntos es el más cercano al punto  $(1, 1)$ ?

- A)  $(2, 2)$                       B)  $(0, 0)$                       C)  $(0, 1)$                       D)  $(1/2, 2)$                       E)  $(2, 1/2)$

28. ¿Cuál de las siguientes parejas de puntos es colineal con el punto  $(1/3, 1/3)$ ?

- A)  $\{(1, 2), (3, 4)\}$                       B)  $\{(1/2, 1/2), (-3, -1)\}$                       C)  $\{(0, -1), (-1, 0)\}$   
D)  $\{(0, -1/3), (2/3, 1)\}$                       E)  $\{(0, -1), (2/3, 1)\}$

29. Los puntos  $(1, h)$  y  $(h, 2)$  se encuentran a 2 unidades de distancia uno del otro, ¿cuál es el valor de  $h$ ?

- A)  $h = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$                       B)  $h = 3 \pm \sqrt{\frac{7}{4}}$                       C)  $h = 3 \pm \sqrt{\frac{4}{7}}$   
D)  $h = 4 \pm \sqrt{\frac{1}{3}}$                       E) Ninguna de las anteriores.

30. Un cuadrado tiene una diagonal cuya longitud es de 1 cm. ¿Cuánto mide el área del cuadrado?

- A)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$                       B)  $\frac{1}{2}$                       C)  $\sqrt{2}$                       D) 2                      E) Ninguna de las anteriores

31. Calcule el área del triángulo formado por el punto  $(5, 2)$  y los puntos en donde  $L = \{(x, y) \mid 2x - 3y - 6 = 0\}$  corta a los ejes coordenados.

- A)  $\sqrt{\frac{13}{15}}$                       B) 1                      C)  $\sqrt{\frac{3}{5}}$                       D) 2                      E) Ninguna de las anteriores

32. ¿Cuál de las siguientes rectas es perpendicular a  $L = \{(x, y) \mid y = 3x\}$

- A)  $\frac{1}{3}x + y = 0$                       B)  $-3x + y = 0$                       C)  $-\frac{1}{3}x + y = 0$   
D)  $x - \frac{1}{3}y = 0$                       E) Ninguna de las anteriores.

33. Una recta corta a los ejes coordenados  $XY$ , en los puntos  $(1-b, 0)$  y  $(0, b)$ . ¿Cuál es el valor de  $b$  que garantiza que la recta tenga pendiente  $m = -1$ ?

- A)  $b = 3/4$     B)  $b = 1/2$     C)  $b = 1/4$     D)  $b = 0$     E) Ninguna de las anteriores

34. Si siguiera el camino en el plano  $XY$ , determinado por las ecuaciones siguientes, ¿con cuál de ellas recorrería la menor distancia, al ir del punto  $(-1, 1)$  al punto  $(1, 1)$ ?

- A)  $y = x + 2$     B)  $x^2 + y^2 - 2y = 0$     C)  $y = |x|$     D)  $y = x^2$     E)  $x^2 + y^2 = 2$

35. El vino de la marca A tiene un precio de \$30.00 por litro, mientras que el vino de la marca B tiene un precio de \$52.00. ¿En qué proporción deben mezclarse para obtener un vino de \$48.00?

- A) 9/11 del caro    B) 2/11 del caro    C) 1/2 de cada uno    D) 1/3 del caro    E) Ninguna de las anteriores

36. ¿Cuál de las siguientes es una posible factorización de la expresión  $2x^2 + x + 2 + 1/x$ ?

- A)  $\left(\sqrt{2x} + \frac{1}{x^4}\right)^2$     B)  $\frac{(x+3)^2}{x}$     C)  $\left(x + \frac{1}{x}\right)(1+2x)$   
 D)  $(2x^2 + 1)(2x^2 - 1)$     E)  $(2x^2 + x)(2 + 1/x)$

37. De cierto punto fijo,  $P$ , parte un automóvil con una velocidad constante de 120 km/h. Después de 15 minutos arranca, del mismo punto, un segundo automóvil a una velocidad constante de 150 km/h. ¿Qué distancia habrán recorrido justo al momento en que el segundo alcance al primero?

- A) 100 km    B) 120 km    C) 150 km    D) 180 km    E) 200 km

38. La solución de la ecuación

$$3x + \theta = 20x - 5,$$

es  $x = 1$ . ¿Cuál es el valor de  $\theta$ ?

- A)  $\theta = 0$     B)  $\theta = 4$     C)  $\theta = 8$     D)  $\theta = 10$     E) Ninguna de las anteriores

39. Un alambre de 1 m de longitud se parte en un punto distinto de la mitad. Con el alambre más corto se forma una circunferencia y con el más largo un cuadrado. Si ambas figuras tienen la misma área, ¿cuánto mide el pedazo más corto?

- A)  $\frac{1}{p}$     B)  $\frac{p-1}{p+1}$     C)  $\frac{1}{\sqrt{p}+1}$     D)  $\frac{1}{\sqrt{p}-1}$     E)  $\frac{\sqrt{p}}{\sqrt{p}+2}$

40. Si el trinomio  $\beta^2 x^2 + x + \theta$  es un trinomio cuadrado perfecto, ¿cuál de las siguientes expresiones es correcta?

- A)  $b^2 = \frac{q}{2}$     B)  $b = \frac{2}{q}$     C)  $b = \frac{2}{q\sqrt{q}}$   
 D)  $b = \frac{1}{2\sqrt{q}}$     E)  $b = \frac{\sqrt{2}}{q^2}$

41. ¿Cuánto debe ampliarse una ventana circular para que permita la entrada de cuatro veces más luz?

- A) El radio debe multiplicarse por 4.
- B) El radio debe multiplicarse por 2.
- C) El radio debe multiplicarse por  $\pi$ .
- D) Depende del área actual de la ventana.
- E) Ninguna de las anteriores.

42. Si después de obtener los valores de  $x$  y  $y$  que resuelven el sistema

$$\begin{aligned} \frac{4}{x} + \frac{3}{y} &= 13 \\ \frac{-2}{x} - \frac{3}{y} &= 1 \end{aligned}$$

suma los valores de  $x$  y  $y$ , el resultado es:

- A)  $2/35$
- B)  $35/2$
- C)  $-2/35$
- D)  $-35/2$
- E) Ninguna de las anteriores

43. Obtenga el valor del límite siguiente:  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^t - 1}{1 - e^{2t}}$

- A)  $\infty$
- B) 0
- C) 1
- D)  $-1/2$
- E) Ninguna de las anteriores

44. Sea  $f(x) = e^{-(x-3)^2}$ , encuentre el valor máximo de  $f(x)$ ?

- A)  $e$
- B) 3
- C) 1
- D) 0
- E) Ninguna de las anteriores

45. Sea  $f(x) = 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ . ¿Cuál es el valor de  $f'(1)$ ?

- A) 10
- B) 20
- C) 30
- D) 40
- E) 50

46. Obtenga el valor del límite siguiente,  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x - 8}$

- A)  $1/12$
- B) 0
- C) 8
- D)  $-2/3$
- E)  $-1/3$

47. La derivada de  $p(x) = (1-x)(x+4)^2$  es:

- A)  $x^2 + 2x - 12$
- B)  $(x + 4)(x - 6)$
- C)  $-(x + 4)(x + 6)$

- D)  $-(x+4)(3x+2)$
- E) Ninguna de las anteriores

48. La recta  $4x + 3y - 12 = 0$ , corta a los ejes coordenados formando un triángulo rectángulo. Dentro del triángulo hay un rectángulo con uno de sus vértices en el origen. ¿Cuál es el área máxima que puede tener este rectángulo?

- A) 12
- B) 6
- C) 3
- D) 1.50
- E) Ninguna de las anteriores

49. Al resolver  $\int \frac{x-2}{\sqrt{(x-6)(x+2)}} dx$ , obtiene:

- A)  $(x+6)(x-2)^{1/2} + k$     B)  $2[(x+6)(x-2)]^{-1/2}+k$     C)  $(x^2 -4x -12)^{1/2} + k$   
D)  $\frac{[(x+6)(x-2)]^{1/2}}{2} + k$     E) Ninguna de las anteriores.

50. Para que la función  $f(x) = \frac{(x+3)(x+4)^2}{(x^2-9)}$ , sea continua en  $x = -3$ , el valor de  $f(-3)$  debe definirse igual a:

- A) 6    B) 1/6    C) -1/6    D) -6    E) Ninguna de las anteriores